ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

по специальности 010101 - Математика

Математический анализ

1. Доказательство счетности множества рациональных чисел, несчетности множества действительных чисел.
2. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.
3. Вывод первого и второго замечательных пределов.
4. Признаки Коши сходимости положительного ряда, сравнение признаков Коши и Даламбера.
5. Вывод табличных производных и доказательство правил дифференцирования.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Коши, Лагранжа, Ролля.
7. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Другие формы остаточного члена.
8. Доказательство аддитивности интеграла Римана и теоремы о среднем.
9. Доказательство интегрируемости по Риману функции, непрерывной на отрезке.
10. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
11. Доказательство леммы Бореля.
12. Доказательство теоремы о дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных с непрерывными частными производными. Производная векторной функции нескольких переменных (отображения).
13. Доказательство необходимого и достаточного условий локального экстремума функции нескольких переменных.
14. Доказательство теоремы о существовании неявной функции одной переменной. Неявные функции нескольких переменных (скалярные и векторные).
15. Вычисление кратного интеграла по брусу.
16. Доказательство признака Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
17. Разложение функций в ряд Тейлора.
18. Признак Дини поточечной сходимости ряда Фурье.

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определитель, его свойства.
2. Правило Крамера.
3. Ранг матрицы, его вычисление.
4. Критерий совместности системы линейных уравнений.
5. Решение однородных систем линейных уравнений, фундаментальная система решений.
6. Действия с матрицами, существование обратной матрицы.

7. Комплексные числа, модуль, аргумент, формула Муавра.
8. Извлечение корней n-ой степени из комплексного числа.
9. НОД двух многочленов, алгоритм Евклида.
10. Линейное пространство, базис, размерность. Подпространство.
11. Линейный оператор, его матрица в заданном базисе.
12. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.
13. Подобие матриц. Характеристические многочлены подобных матриц. Приведение к жордановой нормальной форме (без доказательства).
14. Квадратичные формы, их матрицы, эквивалентность квадратичных форм. Приведение к диагональному виду.
15. Закон инерции квадратичных форм, критерий положительной определенности.
16. Евклидово пространство, ортонормированный базис.
17. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, геометрическое приложение.
18. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
19. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы с выводом одного из них.

Теория функций комплексного переменного

1. Степенной ряд. Теорема Абеля.
2. Голоморфные функции. Условия Коши-Римана.
3. Интегральная теорема Коши. Формула Коши.
4. Дробно-линейная функция.
5. Ряд Лорана. Теорема о разложении и вычислении коэффициентов.
6. Основная теорема о вычетах.
7. Классификация изолированных особых точек.

Дифференциальные уравнения

1. Линейные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним (Бернулли, Риккати).
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений и систем.
3. Решение линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
4. Решение линейных систем с постоянными коэффициентами.
5. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.
6. Устойчивость по первому приближению.
7. Особые точки линейных автономных систем на плоскости.

Функциональный анализ

1. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Примеры.
2. Пространство линейных ограниченных операторов $L(X,Y)$ и его полнота. Линейный оператор в $\boldsymbol{R}^n$, его матрица в заданном базисе.
3. Гильбертово пространство. Общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Теория вероятностей

1. Классическое определение вероятности.
2. Случайные величины и их функции распределения. Примеры (биномиальное, равномерное, Пуассона, Гаусса).
3. Неравенство Чебышева.
4. Закон больших чисел в форме Чебышева.

Методы оптимизации

1. Задачи и методы одномерной минимизации.
2. Задачи и методы безусловной минимизации.
3. Задача линейного программирования, алгоритм симплекс-метода.
4. Экстремальные свойства выпуклых функций, заданных на выпуклых множествах.

Методы вычислений

1. Интерполирование функций. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.
2. Квадратурные формулы: средних, прямоугольников, трапеций, Симпсона. Их погрешность (без вывода).
3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения Гаусса. Метод прогонки.
4. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация дифференциальной задачи разностной задачей, корректность разностной задачи, сходимость разностного решения к решению дифференциальной задачи.

Рекомендуемая литература для подготовки к экзамену

Математический анализ

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Дрофа, 2003.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. I. М.: Фазис, 1997. Ч. II. М.: Фазис, 1999.
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн. 1. М.: Высшая школа, 2002; Кн. 2. М.: Высшая школа, 2002.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990 и последующие издания.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.I-III. М.: Физматриз, 1962 или другие издания.
6. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
7. Решетняк Ю.Г. Курс математического анализа. Кн.I-IV. Новосибирск: Изд-во ИМ, 1999-2001.
8. Камынин Л.И. Курс математического анализа. Части I, II. М.: МГУ, 1995.

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру.
3. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре.
4. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.
5. Александров П.С. Аналитическая геометрия. М. 1968.
6. Постников М.М. Лекции по геометрии. I семестр. М. 1979.

Теория функций комплексного переменного

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. - М.: Наука, 1976, Ч.1.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.- М.: Наука, 2004.
3. Маркушевич А.И. Краткий курс аналитических функций.- М.: Наука, 1978.
4. Лаврентьев М.А.., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.-М.: Наука, 1998.

5. Евграфов М.А. и др. Сборник задач по теории аналитических функций.- М.: Наука, 1972.
6. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1972.

Дифференциальные уравнения

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б.,Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М: Наука, 1998. 231 с.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Наука. 1982. 331 с.
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука. 1998. 128 с.

Функциональный анализ

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука. 1989
2. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука. 1993
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1984
4. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука. 1977, 1984
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. - М. Высшая школа, 1989

Теория вероятностей

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1997.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988.
3. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982.
4. Ширяев А. Н. Вероятность. – М.: Наука, 1980, 1989, 2003.

Методы оптимизации

1. Фролькинс В.А. Введение в теорию и методы оптимизации для экономистов. Изд. «Питер», С-Пб. 2002 г.
2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1980.
3. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978.

Методы вычислений

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Г.М. Кобельков, Н.П. Жидков. -М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 616 с.
2. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. -М.: Лань, 2005. – 288 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. -М.: Наука, 1989. – 608 с.
4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М.: Наука, 1989. – 430 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. -М.: Наука, 1986. – 258 с.